

“Vad roligt att vi har ännu en mattebegåvning!”

En studie om lärares tankar kring elever med särskilda matematiska förmågor

Janna Malmgren

Institutionen för matematikämnet och naturvetenskapsämnenas didaktik

Självständigt arbete på avancerad nivå, UM9011, 15 hp

Matematikämnet didaktik

Lärarprogrammet 240 hp

Vårterminen 2013

Examinator: Mats Hansson

Handledare: Kerstin Pettersson

English title: “Wonderful, yet another talented mathematics pupil!”

A study of teachers’ ideas about schoolchildren with specific mathematical abilities



Stockholms
universitet

”Vad roligt att vi har ännu en mattebegåvning!”

En studie om lärares tankar kring elever med särskilda matematiska förmågor

Janna Malmgren

Sammanfattning

I studien undersöktes hur verksamma lärare definierar elever med särskilda matematiska förmågor och hur de arbetar för att stimulera dem. Vidare undersöktes vilka svårigheter och möjligheter lärarna ansåg att det är att arbeta med sådana elever. En jämförelse mellan de olika stadierna gjordes också med syftet att se det finns några skillnader i hur undervisningen bedrivs för dessa elever. Den metod som användes för att genomföra studien var en semistrukturerad kvalitativ intervju med sex lärare i grundskolan, två i vardera låg-, mellan- och högstadiet. Studien visar att lärarna till viss del definierar dessa elever på ett likställt sätt, men att det också finns stora variationer och att det arbetssätt de flesta förespråkar är att hålla alla elever inom samma område men på olika nivåer. Slutsatsen är att lärarna är väl medvetna om behovet av stimulerande och utmanande uppgifter för elever med särskilda matematiska förmågor. Dock framkom det att lärarna behöver mer utbildning i att urskilja elever med särskilda matematiska förmågor, stor ämneskunskap och mer tid för att kunna bemöta dem på rätt sätt samt att undervisningen för dessa elever är beroende av lärarens kompetens och tid.

Nyckelord

Matematik, elever, förmågor, förmåga, begåvning, lärare, individualisering, differentiering, accelerering, berikning, undervisning, särskild undervisning.

Gifted children need the emotional freedom and materials to play and experiment, both for their mental health and for creative thinking. Would-be artists need far more than a few scraps of paper and a pencil stub, a mathematician needs a teacher, a linguist has to hear the language, and a budding violinist needs a violin.

Joan Freeman, 2000

Innehållsförteckning

Inledning	1
Syfte och frågeställningar	2
Tidigare forskning och teoretiska ramverk	3
Elever med särskilda matematiska förmågor	3
Matematisk kreativitet	4
Lärarens betydelse för elever med särskilda matematiska förmågor	5
Situationen i klassrummet för elever med särskilda matematiska förmågor	6
Matematiken i den svenska skolan.....	6
Skolår 1-3	6
Skolår 4-6	7
Skolår 7-9	7
Organisation av undervisning	7
Differentiering	7
Individualisering.....	8
Metod	9
Val av datainsamlingsmetod	9
Urval	10
Procedur	10
Analysmetod	10
Etiska ställningstaganden	11
Resultat och analys	12
Deltagande lärare.....	12
Hur definierar och upptäcker lärare elever med särskilda matematiska förmågor?	12
Resultat	12
Analys.....	14
Hur arbetar lärare för att stimulera dessa elever?.....	15
Resultat	15
Analys.....	17
Vilka svårigheter och/eller möjligheter upplever lärare i arbetet med dessa elever? ...	18
Resultat	18
Analys.....	20
Vilka skillnader i uttryck i ovanstående frågor går att finna mellan lärare som arbetar i respektive skolår 1-3, 4-6 och 7-9?	21
Analys.....	21
Diskussion	22
Metod- och analysdiskussion.....	22

Tillförlitlighet och äkthet.....	22
Tillförlitlighet.....	22
Äkthet.....	23
Resultatdiskussion	23
Slutsats.....	25
Vidare forskning	26
Litteraturförteckning.....	27
Bilagor.....	29

Inledning

Det finns i nuläget få studier i Sverige som behandlar elever med begåvning i matematik. Kanske är detta grundat i att det finns en allmän uppfattning om att dessa elever klarar sig bra på egen hand (Pettersson, 2011). Fokus i forskning har istället legat på de elever som har svårigheter att uppnå målen. Detta tillsammans med svenska elevers låga resultat i internationella undersökningar som TIMSS och PISA kan vara några av orsakerna till att de begåvade eleverna får små möjligheter till att bli utmanade och stimulerade under matematiklektionerna, samt att lärares fokus till största del ligger i att leta efter misstag istället för att också leta efter talang och förmåga hos elever (Edfeldt & Wistedt, 2009; Persson, 2009; Pettersson, 2011).

Att begåvade elever känner sig understimulerade, ofta blir negligerade av läraren och får arbeta med uppgifter långt under sin nivå har framkommit i tidigare studier (Persson, 2009; Pettersson, 2011). Detta går inte i samklang med läroplanen där det står att skolan skall stimulera alla elever och att de ska få en möjlighet att känna tillfredsställelse samt göra framsteg. Samtidigt trycks det särskilt trycks på skolans bestämda ansvar för de elever som har svårigheter att uppnå målen (Skolverket, 2010). Det är också mot de elever som har svårt att uppnå målen som de ekonomiska medlen och specialundervisningen har koncentrerats. När en elev väl har uppnått målen finns det längre ingen möjlighet för dem att få specialundervisning som syftar till att utveckla dem ännu mer (Persson, 2009). Det är även relativt få skolor som erbjuder begåvade elever i matematik något särskilt stöd eller möjligheter till fördjupade studier (Edfeldt & Wistedt, 2009).

Den knappt befintliga svenska forskningen i ämnet och bristen på speciella handlingsplaner kan vara anledningar till att lärare ofta kan känna sig osäkra på hur de ska arbeta med begåvade elever. Ett vanligt arbetssätt för att försöka bemöta dessa elevers behov är accelerering, som innebär att eleverna enbart erbjuds att arbeta vidare så långt de kan i läroboken (Barger, 2001). Accelerering erbjuder varken stimulans eller tillfredsställelse av ämnet, något som begåvade elever behöver mycket av. I vissa fall kan eleverna som från början hade en stor passion och ett stort intresse för matematik känna sig uttråkade, vilket kan leda till att de struntar i ämnet (Pettersson, 2011). En annan effekt av att de tidigt högpresterande och begåvade eleverna inte tas om hand, kan bli att de några år senare misslyckas i skolan, då de aldrig utmanats eller fått lära sig en relevant studieteknik eftersom de egentligen aldrig har behövt anstränga sig (Edfeldt & Wistedt, 2009; Engström, 2006; Persson, 2009).

I studien kommer begreppet ”elever med särskilda matematiska förmågor” att användas för elever som har intresse och sinne för matematik (Krutetskii, 1976). Det är det begrepp som används i aktuell svensk forskning kring området (Pettersson, 2008; Pettersson, 2011; Szabo, 2013; Wistedt, 2005). I och med att begreppet förmågor syftar till något utvecklingsbart är det mer fördelaktigt att använda till skillnad mot begåvning som för tankarna till något medfött. De senaste åren har forskning om och på elever med särskilda matematiska förmågor ökat i Sverige (Persson, 2009; Pettersson, 2008; Szabo, 2013). Merparten av de svenska studierna som finns i ämnet har varit fokuserade på elevernas situation samt hur deras förmågor visar sig.

Med utgångspunkt i detta är det intressant att undersöka hur några lärare i grundskolan ser på elever med särskilda matematiska förmågor och hur de organiserar undervisningen för att tillgodose dessa elevers behov och se till att de får de utmaningar de behöver för att komma vidare i sin utveckling.

Syfte och frågeställningar

Denna studie syftar till att undersöka vilka möjligheter verksamma lärare anser sig ha för att arbeta med och stimulera elever med särskilda matematiska förmågor så att eleverna får göra framsteg och känna tillfredställelse i matematikklassrummet.

Med syftet som grund har följande frågeställningar formulerats.

- Hur definierar lärare elever med särskilda matematiska förmågor?
- Hur arbetar lärare för att upptäcka och stimulera dessa elever?
- Vilka svårigheter och/eller möjligheter upplever lärare i arbetet med dessa elever?
- Vilka skillnader i uttryck går att finna i ovanstående frågor mellan lärare som arbetar i respektive skolår 1-3, 4-6 och 7-9?

Tidigare forskning och teoretiska ramverk

Under denna rubrik presenteras de ramverk som kommer användas för analys och diskussion av resultatet. En genomgång av tidigare forskning på området kommer också att ges.

Elever med särskilda matematiska förmågor

Begreppet ”elever med särskilda matematiska förmågor” kommer från den ryska forskaren V. A. Krutetskii (1976) som gjorde en longitudinell studie på elever med fallenhet för matematik. I studien deltog 200 barn i åldrarna 6-17 år. Istället för att granska testresultat så undersöktes *hur* eleverna löste matematiska uppgifter då olika sätt att lösa samma uppgift kan visa på olika förmågor i matematik. I sin studie kunde Krutetskii visa att begreppet förmåga var att föredra då det leder tankarna till något som är utvecklingsbart till skillnad mot begreppen begåvning eller högpresterande elever. Krutetskii valde även att tala om matematiska *förmågor*, då han menar på att det inte är en enskild faktor som avgör huruvida en individ är framgångsrik i matematik. Vidare uppmärksammades förhållandet mellan förmågor och färdigheter i studien. En elevs förmågor kan visa sig genom elevens färdigheter. Lärare kan alltså upptäcka en elevs förmågor genom att studera elevens färdigheter.

En förmåga är alltid kopplad till en definierad aktivitet (Krutetskii, 1976). En matematisk förmåga kan alltså bara uppträda i matematisk aktivitet och förmågorna utvecklas också i aktiviteten. Därför det är viktigt att elever får möta olika typer av matematik så att dessa förmågor kan framträda och utvecklas. Det är inte enbart en förmåga som avgör huruvida en individ är framgångsrik inom en matematisk aktivitet utan förmågorna samspelar. Brister i en av förmågorna kan vägas upp med hjälp av styrkor i de andra (Krutetskii, 1976; Sollervall & Wistedt, 2004).

De förmågor som Krutetskii (1976) urskiljde som centrala hos elever de elever som deltog i undersökningen visar sig bland annat i olika stadier i problemlösning i matematik. Förmågorna visar sig i insamlingen, bearbetningen och bevarandet av matematisk information. De förmågor som Krutetskii (ibid.) kunde urskilja i de faserna är:

- Förmågan att kunna formalisera matematiskt material samt att greppa den formella strukturen i ett problem.
- Förmågan till logiskt tänkande i områden som gäller kvantitativa och rumsliga relationer, siffror samt bokstavssymboler. Förmågan att kunna tänka i matematiska symboler.
- Förmågan till generaliseringar av matematiska objekt, både breda och snabba, samt generaliseringar av relationer och operationer.
- Förmågan att kunna förenkla samt förkorta matematiska resonemang och strukturer.
- Flexibilitet i tänkandet inom matematisk aktivitet.
- Strävan efter att få klarhet, enkelhet och efter ekonomiska lösningar.
- Förmågan till reversibilitet, att kunna vända på tankegångarna och angripa problemen från andra vinklar.
- Förmågan att minnas matematisk information, ett generaliserat minne för relationer, karaktäristiska drag i problem, scheman för argument och bevis, metoder och principer för problemlösning (Krutetskii, 1976, s. 350-351).

Vad som är värt att notera är att Krutetskii varken räknar upp snabbhet, beräkningsförmåga, spatial förmåga eller minne som någon av de matematiska förmågorna. Dessa komponenter är inte nödvändiga för elever med särskilda matematiska förmågor men användbara och något som lärare ofta refererar till (Krutetskii, 1976; Pettersson, 2008; Sollervall & Wistedt, 2004). Krutetskii (1976) ger exempel på individer som är fantastiska på att räkna komplicerade operationer i huvudet men inte klarar av att lösa komplexa problem.

Krutetskii (1976) lägger också till en mer generell förmåga, *ett matematiskt sinnelag*, till de tidigare listade förmågorna. Denna förmåga synliggörs genom att eleven visar intresse för matematiken i omvärlden samt gärna diskuterar matematik. Krutetskii (ibid.) urskiljer även strukturer av matematiskt sinnelag hos eleverna i sin studie (se nedan) där de två översta kan anses vara något begränsade i sitt arbete då de först och främst förlitar sig på en typ av arbetsmetod:

- Den analytiska typen; vars styrka är att kunna abstrahera utan bilder eller visuell hjälp vare sig det kommer till mönster eller aritmetik. De använder sig hellre av abstrakta och komplicerade metoder när de egentligen vore lättare att använda sig av ett bildspråk i lösningen och försöker översätta visuella problem till en abstrakt form.
- Den geometriska typen; vars styrka är att visualisera och att använda sig av ett bildspråk. De föredrar att skapa en visuell bild för att lösa problem och har svårt att lösa problemet abstrakt om de inte lyckas med sin visuella lösning. Även om problemets karaktär lättare löses med hjälp av en abstrakt lösning så använder de bildspråket.
- Den harmoniska typen; en kombination av de två ovanstående typerna. I Krutetskiis (ibid.) studie var denna typ av elever i signifikant majoritet. De kan både använda sig av abstrakta och visuella lösningar även om den abstrakta delen ofta har överhanden.

Krutetskii (1976.) tar även upp "*The Problem of Sudden Solution*" vilket kan förklaras som upptäckten av en oförklarlig och plötslig lösning på ett problem. I och med att elever med särskilda matematiska förmågor har *förmågan att generalisera* samt *förmågan att förkorta och förenkla* leder detta i vissa fall till att eleven gör detta automatiskt utan att riktigt vara medveten om det. Eleven kan i sitt undermedvetna generalisera fram en lösning på ett problem baserat på tidigare erfarenheter. Eleven kan också förkorta sitt tänkande vilket gör att det ibland kan vara stora steg mellan led i en problemlösning och en effekt av detta kan bli att eleven har svårt att förklara steg för steg hur lösningen kom till.

Matematisk kreativitet

Matematisk kreativitet kopplas ofta ihop med fallenhet eller förmåga för matematik i aktuell forskning (Pettersson, 2011). En definition av matematisk kreativitet är att det enbart kallas kreativitet om det innebär nya upptäckter inom matematiken (Sriraman, 2008). Denna definition skulle dock helt utesluta elever från att vara kreativa då de enbart får möta redan upptäckt matematik. En annan definition av matematisk kreativitet är att en elev är kreativ inom skolmatematiken då det handlar om för dem nya möten med ämnet (Krutetskii, 1976; Sriraman, 2008). Enligt Sriraman (2008) behöver inte en elev med särskilda matematiska förmågor vara kreativ men att det omvända förhållandet gäller. Sheffield (2009) menar att varje lärares mål bör vara att skapa en matematikundervisning som främjar kreativitet.

Matematisk kreativitet kan yttra sig genom att eleven kan växla mellan beräkningar och visuella arbetsmetoder, kan vända på tankegångar, löser problem på sitt eget sätt med metoder som inte anses

vara traditionella samt att de strävar efter en elegans och tydlighet i sitt resonemang (Sheffield 2009). För att kunna utveckla matematisk kreativitet behövs det uppgifter utöver den uppsättning av regler och metoder som skolan ofta ger elever (Mann, 2006; Sheffield, 2009). Istället för att låta eleverna vara konsumenter av matematiken så bör de få utveckla sina kreativa förmågor (Sriraman, 2008; Sheffield, 2009). För att utveckla sin kreativa sida behövs det uppgifter som går ifrån rutinerna och som kräver reflektion, uthållighet och motivation. Sheffield (2009) föreslår problemlösning som ett alternativ för att utveckla kreativiteten hos eleverna samt att uppmuntra eleverna till att ställa frågor.

Lärarens betydelse för elever med särskilda matematiska förmågor

I Sverige finns det generellt sett inte några speciella handlingsplaner eller motsvarande för elever med särskilda matematiska förmågor. Handlingsplaner och särskilda läroplaner för elever med särskilda matematiska förmågor är dock något som är vanligare utomlands (Pettersson, 2011). Det betyder att det är upp till varje skola eller lärare att avgöra hur de ska undervisa dessa elever. Att det inte finns några tydliga riktlinjer för hur lärare ska arbeta med elever med särskilda matematiska förmågor kan ses som en faktor till att många lärare inte riktigt vet vad de ska göra med dem (Pettersson, 2008).

Något som visat sig vara väldigt betydelsefullt för utvecklingen för elever med särskilda förmågor är familjesituationen och positivt stöd hemifrån. Andra påverkansfaktorer är meningsfull stimulans och situationer där detta kan uppstå, material och handledning samt goda relationer till skolan (Freeman, 2000). Då alla elever inte kommer från det i kontexten perfekta familjeförhållandet blir lärarens roll än mer viktig i sammanhanget.

En vanlig inställning bland lärare är att elever med särskilda matematiska förmågor klarar sig själva och inte behöver någon särskild undervisning i matematik och de får ofta mindre lärartid som lärarna generellt sett ger till de elever som inte uppnår målen (Barger, 2001; Moon, 2009). Lärare beskriver ofta elever med matematisk förmåga med hjälp av begrepp som räknestarka, snabba och aktiva, självständiga samt att de får bra provresultat. Denna syn på förmågor inom matematiken går att koppla ihop med den typ av undervisning som dominerar i den svenska skolan, det vill säga tyst enskild matematik med hjälp av en lärobok (Pettersson, 2008). Elever med särskilda matematiska förmågor behöver dock, precis som alla andra elever undervisning, utmaningar och stöd inom sin proximala utvecklingszon (Dimitriadis, 2012b; Moon, 2009).

En följd av att synen på elever med särskilda matematiska förmågor att de klarar sig själva blir att de ofta blir väldigt ensamma i klassen (Persson, 2009). Både på grund av att läraren lämnar dem att arbeta mycket på egen hand och av att de andra eleverna inte når upp till samma nivå inom matematiken. Just av anledningen att elever med särskilda matematiska förmågor ofta inte har någon kamrat i klassen som ligger på samma nivå så blir lärarens roll gentemot dessa elever än mer viktig (Dimitriadis, 2012a; Pettersson, 2011). Lärarens roll att vara ett stöd, en diskussionspartner och någon som ger relevanta arbetsuppgifter till dessa elever blir central.

Mycket av den forskning som finns kring elever med särskilda matematiska förmågor visar även på hur viktig lärarens ämneskunskap är för dessa elever. Lärarens självförtroende och matematiska ämneskompetens påverkar vilket matematiskt innehåll de vågar ta sig an i klassrummet med dessa elever (Dimitriadis, 2012a; Dimitriadis, 2012b; Pettersson, 2011). Det är inte ovanligt att lärare i åldrarna F-3 uttrycker att matematik är det ämne som de har minst ämneskompetens inom (Skolverket, 2003). Om läraren inte känner sig ha den ämneskompetens som krävs så finns risken att de hindrar

eleverna från att komma vidare och fördjupa sin matematiska förståelse (Pettersson, 2011). Elever med särskilda matematiska förmågor behöver alltså en lärare som kan ge dem mycket stöd, som har hög ämneskompetens och som kan ge dem rätt typ av uppgifter att arbeta med.

Situationen i klassrummet för elever med särskilda matematiska förmågor

Undervisningen i matematik fokuseras ofta på att alla ska bli godkända i ämnet (Barger, 2009). En konsekvens av detta blir att de elever som redan befinner sig långt över godkändgränsen då inte utmanas och får istället i vissa fall agera extralärare åt sina klasskamrater. Detta arbetssätt är tyvärr mer fördelaktigt för de eleverna som får hjälp än de som hjälper till och utmanar alltså inte de begåvade eleverna (Barger, 2009). För att elever ska kunna visa upp matematiska förmågor krävs det att uppgifterna de arbetar med är av en karaktär som bjuder in till det och som skiljer sig från de rutinmässiga uppgifterna som är vanliga i klassrum (Dimitriadis, 2012a; Pettersson, 2011).

Den tidigare nämnda myten om att elever med särskilda matematiska förmågor klarar sig själva avspeglar sig tydligt i de svenska klassrummen. Den dominerande undervisningsformen är tyst enskild räkning i böckerna (Pettersson, 2008; Skolverket, 2003). Detta beror dock mer på resurser än på hur lärarna själva vill att undervisningen ska se ut (Pettersson, 2011). Då undervisning genom tyst räkning dominerar premieras även de elever som kan arbeta snabbt, tänka snabbt och som hinner längre än andra i böckerna. Dessa elever definieras generellt sätt av lärare som elever med särskilda matematiska förmågor (Pettersson, 2008). Tyst räkning i böckerna ger eleverna få tillfällen till att vara kreativa samt att upptäcka och diskutera matematik. Lärarens möjligheter till att upptäcka och utveckla elevernas matematiska förmågor minskas också under dessa arbetsformer. Färdighetsträning är något som behövs, men bör inte vara det dominerande inslaget i undervisningen (Pettersson, 2011). Elever med särskilda matematiska förmågor uttrycker att de upplever skolmatematiken som tråkig, oinspirerande och upprepanande när de får arbeta under dessa former (Skolverket, 2003).

Matematiken i den svenska skolan

Med fokus på hur lusten att lära väcks och bibehålls har Skolverket granskat matematikundervisningen i svenska klassrum (Skolverket, 2003). I rapporten framkom det att det är svårt att avgöra vilken typ av undervisning som faktiskt stimulerar och motiverar elever. Däremot visade det sig att mycket av arbetet inom matematiken utgjordes med fokus på läroboken och då genom att räkna så många uppgifter så snabbt som möjligt. Detta arbetssätt förekommer trots att forskning visat på att det är viktigt att ta tillvara elevers egna informella strategier och metoder och att deras första möte med matematiken är betydelsefull för elevernas fortsatta upplevelse av ämnet. I de klassrum där engagemanget och intresset för matematik var som störst förekom det varierande arbetsformer, kommunikation och möjlighet till undersökande arbetssätt (Skolverket, 2003).

Skolår 1-3

I grundskolans allra tidigaste år är lusten att lära stor och eleverna har en positiv inställning till att lära sig matematik och det förekommer ofta varierande arbetsformer. Många lärare beskriver att eleverna uttrycker att matematik är det roligaste ämnet i skolan. Fokus i dessa åldrar ligger på ”plus, minus och gånger” och målet är också att bli så bra som möjligt på att räkna (Skolverket, 2003).

Skolår 4-6

I skolår 4-6 är inställningen hos eleverna generellt sett positiv till matematik, dock börjar många elever i skolår 5 få en mer problematisk inställning till ämnet. Matematik anses hos dessa elever som tråkigt och det är de högpresterande eleverna som är mest negativa eftersom de inte får tillräckligt med utmaningar och det hela tiden är upprepningar av det de redan kan (Skolverket, 2003). Skillnader mellan eleverna som har hög respektive låg förståelse för matematik börjar bli tydliga i skolår 4-5.

Skolår 7-9

I den senare delen av grundskolan är det främst ett arbetssätt som dominerar (Skolverket, 2003). Modellen utgörs av enskilda genomgångar, enskild räkning och diagnoser där läraren ger enskild hjälp till eleverna. I de senare årskurserna är skillnaderna mellan de olika eleverna som störst och i år 9 så menar de elever som har lätt för matematik att upp till 90 % av lektionsarbetet har varit repetition av sådant som de redan kan. Den hjälp som eleverna får sker på individuell nivå och består ofta av metodanvisningar och ingen eller väldigt lite reflektion. Läraren hinner i genomsnitt ge två minuter till varje individuell elev.

Organisation av undervisning

Under ovanstående rubrik kommer olika undervisningsmetoder för att bemöta elever med särskilda matematiska förmågor och variationen av elever i klassrummet att beskrivas. Enligt Pettersson (2011) finns ingen enkel definition av begreppen differentiering och individualisering då dessa två begrepp ofta används på samma sätt eller blandas ihop. En definition som ges är dock att differentiering handlar om organisatoriska åtgärder för att möjliggöra individualisering. Individualisering syftar till att anpassa innehållet efter elevens förmågor och förkunskaper (Löwing & Kilborn, 2002). Individualisering kan ske både inom och utanför klassens ramar (Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001b). I en stor del av den engelska litteraturen som har lästs för att få information i ämnet har begreppet *differentiation* (Dimitriadis, 2012b; Tomlinson & Cunningham, 2003) använts för att beskriva sätt att bemöta elevers olikheter i klassrummet. I studien kommer dock begreppet individualisering användas för att beskriva undervisningsmetoder för att organisera klassrumsundervisningen efter elevers olika behov.

Differentiering

Inre och yttre differentiering

Med yttre eller organisatorisk differentiering menas att grupperingar som regleras av styrdokument eller andra nationella uppdelningar. Till exempel är gymnasieskolans programstruktur eller språkval ett exempel på yttre differentiering. Yttre differentiering är inte aktuell för denna studie och kommer därför inte beröras närmare. Med inre eller pedagogisk differentiering menas grupperingar för lärande som upprätthålls och beslutas om lokalt på en skola. Dessa grupper kan delas upp efter intresse, prestationsförmåga eller ambitionsnivåer och används för att göra grupper mer homogena (Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001b).

Nivåindelning innebär på att man grupperar eleverna efter deras prestationer i matematik vilket kan ske både inom och utanför den ordinarie klassens ramar. För att nivåindelning ska vara fördelaktigt ska eleverna delas in efter förkunskaper så att de kan ha utbyte av varandra samt få möta rätt ämnesinnehåll (Dimitriadis, 2012b; Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001a). Lärarna uttrycker att de har lättare att tillgodose olika elevers behov och att planeringen och undervisningen underlättas som en

följd av nivågruppering (Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001b). I de grupper där eleverna har goda förkunskaper och anses ligga i framkant i matematiken har sådana grupper visat sig skapa goda möjligheter för lärande. Anledningen till att detta får effekt är dock på grund av att undervisningen är anpassad efter elevernas förkunskaper och inte av grupperingen i sig. Viktigt är att eleverna i de högpresterande grupperna får möta matematiskt innehåll som de annars inte skulle komma i kontakt med i den ordinarie undervisningen (Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001b).

Ett problem med nivågruppering är om grupperna inte delas in efter förkunskaper utan istället efter hur snabbt eleverna räknar i läroboken. Detta kan göra att elever hamnar i fel grupp om de inte tillhör de snabba eleverna trots att de egentligen är mycket duktiga på matematik, eftersom snabbhet i det här fallet blir synonymt med att vara bra i matematik (Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001a; Pettersson, 2011). Ett annat argument mot nivåindelning är att eleverna då går miste om den variation av uttryck och uppfattningar som finns i en heterogen grupp, något som kan användas till elevernas fördel (Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001a).

Individualisering

Enskild individualisering

Ett sätt att arbeta med individualisering är att ge eleverna mer av liknande uppgifter av samma svårighetsnivå. När majoriteten av eleverna i klassen får 10 uppgifter att arbeta med får de elever som anses ligga i framkant 20 uppgifter att lösa. Denna metod anses inte vara fördelaktig då det lätt kan leda till tristess för eleverna och en risk med detta arbetssätt är att eleverna döljer sina förmågor för att slippa arbeta med de extra meningslösa uppgifterna (Rotigel & Fello, 2004).

Accelerering

Accelerering kan även benämnas hastighetsindividualisering och innebär att eleverna får arbeta vidare i högre årskursers böcker eller att de får läsa matematik tillsammans med en högre årskurs. Detta är ett av de vanligaste arbetssätten för elever med särskilda matematiska förmågor i Sverige (Pettersson, 2011; Pettersson, 2008; Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001b). Fördelen med accelerering är att eleven i fråga får arbeta vidare i sin egen takt utan att behöva vänta på klasskamraterna och på så sätt får lära sig mer matematik, samt att de slipper repetera de områden de redan klarat av vid gemensamma genomgångar (Barger, 2001; Pettersson, 2008; Rotigel & Fello, 2004). En nackdel med detta arbetssätt är att det är svårt för lärarna att hålla gemensamma genomgångar om elever i klassen arbetar med olika kapitel i en lärobok eller till och med i olika läroböcker. Andra nackdelar med accelerering är att eleverna kan komma så långt i sin kunskapsutveckling att lärarens kunskaper inte räcker till samt att läraren får svårt att veta vad eleven egentligen lär sig (Dimitriadis, 2012b; Pettersson, 2008). Ytterligare aspekter av accelerering är att om eleverna lämnas mycket själva och får arbeta enskilt med ett svårare material är risken för missuppfattningar och feltolkningar stor. Speciellt om eleverna får arbeta med material som för dem är kognitivt krävande (Dimitriadis, 2012a; Dimitriadis, 2012b; Pettersson, 2011).

Individualisering av instruktion

Detta arbetssätt går ut på att eleverna får uppgifter på olika nivåer som tillgodoser dem på sin nivå i matematiken. Detta kan i praktiken innebära att eleverna arbetar med ett material som är indelat i spår och att de börjar arbeta i ett område som motsvarar deras förkunskaper (Tomlinson & Cunningham, 2003). Det innebär alltså att man anpassar materialet till den specifika eleven som skall använda det. En elev kan alltså arbeta med baskunskaper kring ett begrepp medan en annan elev arbetar med att applicera det i olika situationer (Rotigel & Fello, 2004).

Berikning

Berikning kan innebära att eleverna får arbeta inom samma område som sina klasskamrater men med uppgifter som går in på djupet samt breddar elevernas kunskaper (Rotigel & Fello, 2004). Om en elev redan har kunskaper att lösa enkla uppgifter går eleven vidare till mer avancerade eller fördjupande moment inom området (Tomlinson & Cunningham, 2003). Fördelar med detta arbetssätt är att hela klassen arbetar med samma område och det underlättar vid diskussioner och genomgångar (Pettersson, 2008).

Berikning beskrivs också som att eleverna ska få chansen att möta ett matematiskt innehåll som de inte skulle möta i den vanliga klassrumsundervisningen (Pettersson, 2008). Det kan handla om att hitta mönster och upptäcka talstrukturer, generalisera och ställa hypoteser (Engström, 2009). Detta arbetssätt kräver dock mycket av läraren, då det kan ta tid och vara svårt att ta fram arbetsmaterial som är utmanande nog åt eleverna. Berikning missuppfattas ibland som att lösa fler liknande uppgifter eller att repetera det som tidigare har upprepats med, men då är det snarare tal om enskild individualisering (Pettersson, 2011).

Metod

Nedan beskrivs den valda datainsamlingsmetoden och hur urvalet gick till. En redogörelse för hur intervjuerna genomfördes, vilken analysmetod som användes för att bearbeta resultatet samt hur jag i min studie har förhållit mig till de forskningsetiska kraven följer också.

Val av datainsamlingsmetod

För att få svar på frågeställningarna genomfördes kvalitativa intervjuer med sex lärare. Kvalitativ metod används till den typ av forskning där fokus ligger på vad informanterna säger istället för på kvantitativ data (Bryman, 2011). Det är den typ av metod som rekommenderas för att informanterna ska ge så fylliga och detaljerade svar som möjligt inom det valda området vilket även är syftet med denna uppsats (Bryman, 2011; Dalen, 2007; Johansson & Svedner, 2010).

Den kvalitativa intervjun valdes i och med att den är att föredra om syftet med datainsamlingen är att försöka förstå eller finna ett mönster (Trost, 2010). Informanterna ges inga fasta svarsalternativ och är fria att svara som de vill på frågorna. Vid en intervju ges forskaren möjligheten att ställa följdfrågor och be om förtydliganden, en möjlighet som inte skulle ges vid exempelvis enkäter. I den kvalitativa intervjun har forskaren även möjlighet att avvika från sin intervjuguide eller ändra ordningen på frågorna och istället följa upp på något som informanterna sagt (Bryman, 2011).

Bryman (2011) menar att den kvalitativa intervjun är en generell term och som går att applicera på många olika intervjustilar. Det finns en stor variation i hur kvalitativa intervjuer definieras (Bryman, 2011; Dalen, 2007; Johansson & Svedner, 2010; Trost, 2010). Den definition och beskrivning som ansågs mest fördelaktig för denna studie är den som Bryman (2011) definierar som semistrukturerad kvalitativ intervju. I en semistrukturerad intervju bestämmer sig intervjuaren för större teman som informanten får prata fritt kring. Kring temana har mindre stödfrågor utformats som kan ställas om intervjuaren inte känner att man har fått svar på det man var ute efter eller vill ha ett förtydligande. Dessa teman eller frågor ska i princip komma i samma ordning men det finns utrymme för flexibilitet

om informanten kommer in på andra spår (ibid.). De teman som utarbetades i min intervju var fokuserade kring forskningsfrågorna.

Urval

Informanterna valdes ut genom ett så kallat bekvämlighetsurval. Ett bekvämlighetsurval innebär att man använder sig av de informanter som för tillfället finns tillgängliga (Trost, 2010). Jag hade redan haft viss kontakt med de lärare som tillfrågades att ställa upp för intervju. Lärarna som tillfrågades valdes ut med hjälp av två kriterier. Det första kriteriet var att de skulle vara lärare ur alla olika stadier i grundskolan. Det andra kriteriet var att de skulle ha arbetat minst 10 år som lärare, gärna längre, och då främst med matematik. Anledningen till detta urval var för att informanterna skulle ha haft möjlighet att ha arbetat med elever med särskilda matematiska förmågor. För att upptäcka eventuella skillnader mellan de olika stadierna i grundskolan kontaktades två lärare i vardera skolåren 1-3, 4-6 och 7-9. En av de tänkta lärarna i skolår 4-6 kunde inte delta i studien och därför kontaktades en lärare som hade sju års erfarenhet av yrket. En närmare beskrivning av lärarna kommer under rubriken Resultat.

Procedur

Utgångspunkten i studien ligger i att urskilja och ta reda på lärares definitioner av elever med matematiska förmågor och hur de själva upplever att de arbetar med dessa elever. För att kunna uppnå detta valdes alltså metoden semistrukturerad kvalitativ intervju där vissa större teman hade utformats. Läraren fick först en generell fråga om området att prata fritt kring. Om jag sedan upplevde att jag saknade någon information i svaret ställde jag en följdfråga eller bad lärarna att vidareutveckla eller ge exempel. Alla planerade frågor, se bilaga 2, ställdes inte eftersom lärarna i vissa fall tog upp detta självmant.

Intervjuerna genomfördes enskilt med lärarna, och tog ungefär en timme var. Lärarna fick först en fråga kring deras bakgrund som lärare och sedan diskuterades de olika temana fritt. Under intervjuerna användes ljudupptagning, detta enligt rekommendationer då det är av största vikt för studien att få med lärarnas tankar och svar på ett så korrekt sätt som möjligt samt att all fokus kan läggas på intervjun (Bryman, 2011; Dalen, 2007). I slutet av varje intervju gjordes en kort sammanfattning av det jag hade uppfattat från lärarna och de tillfrågades om detta stämde med vad de ville förmedla eller om de ville förtydliga något. Efter intervjuerna transkriberades materialet så snart möjlighet fanns. Detta rekommenderas då minnet av intervjun fortfarande är färskt och för att man så snart som möjligt kan påbörja analysarbetet (Dalen, 2007).

Analysmetod

Att analysera data i en kvalitativ metod är en av de största svårigheterna med metoden. Det finns många tillvägagångssätt som kan ses som generella riktlinjer då många av metoderna inte har en specificerad uppsättning av procedurer (Bryman, 2011). En av metoderna som tas upp av Bryman (ibid.) för att kunna analysera kvalitativt material är tematisk analys, där fokus ligger på *vad* som sägs och inte hur det sägs. Tematisk analys går ut på att man genom att göra många och noggranna genomläsningar av sitt material försöker finna teman. För att i mitt fall kunna organisera materialet valde jag inspirerad av tematisk analys att förutbestämma teman med hjälp av forskningsfrågorna.

Efter de första genomläsningarna av materialet sorterades datan alltså i större teman där de knöt an till var och en av forskningsfrågorna. Detta gjordes med hjälp av en tabell. Viss data sorterades under flera teman då en lärare kunde tala om undervisningsmetoder och svårigheter i samma utsaga. Efter att tematiseringen var avklarad upprepades en liknande procedur under varje större tema med skillnaden att jag då sökte mer fritt efter de nyckelord och -begrepp som informanterna själva delgav. Denna metod kan gå att likställa med det Bryman (2011) beskriver som kodning. De koder som framkom under analysarbetet jämfördes sedan lärarna emellan för att finna likheter och skillnader i deras svar.

För att analysera hur lärare definierar elever med särskilda matematiska förmågor användes Krutetskiis (1976) definitioner samt tidigare forskning om matematisk kreativitet. Analysen av hur lärare organiserar undervisningen samt stimulerar elever med särskilda matematiska förmågor skedde utifrån de kategorier som tas upp under rubriken ”Undervisningsmetoder”. För att analysera de svårigheter och möjligheter som lärare kunde tänkas ge uttryck för användes tidigare forskning inom området.

Etiska ställningstaganden

Vetenskapsrådet har fyra krav som ska uppfyllas för att en studie ska upprätthålla en god forskningsetik. Dessa fyra krav är informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet (Vetenskapsrådet, 2002).

Informationskravet syftar till att informanterna ska ges information om studiens syfte och vilka villkor som gäller för deras deltagande (Vetenskapsrådet, 2002). Då informanterna i min studie intervjuades krävdes det att de fick förhandsinformation om syftet med studien och den typen av information gick också ut i det första skedet när de tillfrågades via e-mail.

Samtyckeskravets syfte är att de som deltar i en studie själva ska få välja att delta och att när de själv önskar avbryta intervjun (Vetenskapsrådet, 2002). I den första förfrågan som gick ut till deltagarna klargjordes det att medverkan var frivillig. Vidare så meddelades vid intervjuens början att de när som helst kunde avbryta studien om de av någon anledning inte ville fortsätta.

Konfidentialitetskravet syftar till att ge informanterna anonymitet (Vetenskapsrådet, 2002). Information om att studien skulle genomföras anonymt gick ut under den första kontakten med lärarna. Vid intervjun användes inspelningsmaterial, papper och penna. Lärarna informerades om att inspelningarna skulle transkriberas och avkodas direkt och sedan raderas. Det transkriberade materialet förvarades på så sätt att enbart jag hade tillgång till det.

Nyttjandekravets syfte är att det material som insamlas under studien enbart får användas i det syfte som studien avser (Vetenskapsrådet, 2002). I detta fall var syftet att undersöka lärarnas tankar kring elever med särskilda matematiska förmågor. Lärarna informerades om hur datan skulle användas och behandlas, att det enbart var för det syfte som tidigare delgetts och att datan när studien är genomförd skulle komma att raderas.

Resultat och analys

Resultat- och analyskapitlet är uppdelat efter frågeställningarna. Under varje frågeställning kommer resultatet att presenteras och analyseras löpande med hjälp av ramverk och tidigare forskning för att ge ett sammanhang till läsaren. Underrubriker till frågeställningarna är skapade med hjälp av de kategorier som framkommit under kodningen. I resultatredovisningen används ordet ”duktig” ibland eftersom det är ett begrepp som lärarna med jämna mellanrum använder sig av. En beskrivning av lärarna inleder kapitlet.

Deltagande lärare

Namnen på de deltagande lärarna är fingerade. För att undvika förvirring gällande vilken lärare som arbetar på vilket stadium i grundskolan har lärarna på lågstadiet getts namn med begynnelsebokstaven L, lärarna på mellanstadiet har getts namn med begynnelsebokstaven M och lärarna på högstadiet har getts namn med begynnelsebokstaven H. Alla elever som nämns i resultatet kommer att kallas för Olle.

- *Lisen* är förskollärare i grunden men gick en vidareutbildning till F-3-lärare i slutet av nittiotalet och undervisar nu i skolår 2 och 3. I utbildningen ingick det 5 gamla högskolepoäng matematik. Lisen gick Lärarlyftet för fyra år sen och tog en kurs på 15 hp i matematik och lärande.
- *Laila* tog sin lärarexamen mot lågstadiet 1984 men har arbetat i skolan sen slutet på sjuttioalet. Hon har även en utbildning till Montessorilärare. Undervisar nu i skolår 1.
- *Mats* tog examen från lärarutbildningen 1975 och har arbetat på mellanstadiet sedan dess. Han undervisar just nu enbart i matematik i skolår 4-6.
- *Matilda* tog lärarexamen 2007 mot skolåren F-6 med inriktning NO. Hon har läst 15 hp matematik inom utbildningen och undervisar nu i en skolår 5. Hon har inte alltid undervisat i matematik.
- *Hans* har arbetat som lärare sedan 1988 som utbildad matematiklärare även om han även tidigare undervisade i ämnet. Han har läst två terminer renodlad matematik på universitetet. Undervisar nu i skolår 8 och 9.
- *Henrik* har arbetat som lärare i elva år men som utbildad sedan 2005. Har undervisat i matematik i sju år varav tre år på mellanstadiet. Han arbetar nu i skolår 9.

Hur definierar och upptäcker lärare elever med särskilda matematiska förmågor?

Resultat

Snabbhet och säkerhet i räkning

En faktor som alla lärare nämner i sin definition av elever med särskilda matematiska förmågor är säkerhet i räkning. Lisen, Laila och Matilda nämner även snabbhet som en förmåga. Mats, Hans och Henrik nämner att elever med särskilda matematiska förmågor ofta är snabba, men att det inte behöver vara så. Henrik menar på att det finns elever som ligger långt fram i boken för att de har knäckt koden ”räkna i boken” och att de eleverna måste man se upp med.

Det finns elever som är mycket duktiga räknare, det är en knepig grupp. – Hans

Räknemaskinerna, de kan hänga med ett tag. Men när det krävs slutledning och dra slutsatser och kunna göra saker som de aldrig gjort... Har man inte den förmågan och kan de inte dra den slutsatsen och då spelar de ingen roll hur duktiga de är. – Mats

Mats och Hans problematiserar även de snabba och duktiga räknarna och menar att de måste utmanas då de tidigt fått lära sig att de är duktiga i matematik i och med att skolmatematiken fokuserar så mycket på räkning. De menar att man måste utmana de eleverna och Hans säger att det är viktigt att lära dem att matematik också kan vara svårt.

Egna metoder och kreativitet

Alla lärare förutom Laila tar upp att eleverna kan använda sig av annorlunda lösningar och hittar nya vägar att ta sig fram till målet. Kreativitet är något som dessa lärare också tar upp. Både explicit genom att säga att eleverna är kreativa eller implicit genom att uttrycka att eleverna kan finna lösningar på problemtyper och uppgifter de aldrig tidigare stött på samt att kunna byta representationsform om den första de provade inte fungerade. Matilda menar på att dessa elever inte ger upp så lätt utan testat sig fram om det inte fungerar som de hade tänkt sig från början något som Hans också är inne på.

Men en annan är ju att inte alltid behöva luta sig åt standardmetoder utan att kunna vara kreativ också. En duktig elev behöver ju båda. Att kunna teckna något algebraiskt men också kunna se att här kommer jag inte den vägen, då får jag testa något annat. – Hans

Ovillighet eller svårighet med att förklara hur man tänker

En gemensam grupp som Lisen, Mats, Matilda, Henrik och Hans pratar om är de elever som är ovilliga att lära sig metoder eller har svårigheter att kommunicera en lösning.

Men man blir ju nyfiken på hur deras hjärnor funkar och vad det är för strategier de använder sig av. – Lisen

De beskriver dessa elever som några som antingen har svårt för att förklara och kommunicera hur de tänkt eller som inte ser ett värde i att förklara det de gör i huvudet. Detta kan enligt lärarna bero på att eleverna tycker att det är för lätt. Lisen förklarar att hon har haft elever som väldigt gärna skulle vilja berätta hur de tänkt men att de inte kan.

Såna elever får vi ju ibland, som är väldigt snabba, som räknar, men som har jättesvårt att förklara hur de tänker. För de kan inte förklara det. (...) Han blev bara förtvivlad när jag frågade hur han tänkt. – Lisen

Trots brister i kommunikationen anser de att de här eleverna är elever med särskilda matematiska förmågor. Henrik berättar om en elev som är talande för det som många av lärarna nämner.

Han har förförståelse, förståelse, tankarna men har inte fått lära sig formen för det. Och då blir det ganska ofta platt fall. I skolans värld i alla fall. Han är ett typiskt exempel på någon som inte tycker att det är nödvändigt att visa hur man tänkt. Och då försöker jag slänga fram en uppgift som är lite mer komplex, som jag vet att han klarar av, men som är så komplex att här måste man göra massa delmoment, för att kunna, för då kan man inte ha allt i huvudet. – Henrik

Kunskapsprofiler

Lisen, Mats och Hans tar upp att eleverna ofta är jämna rakt över vad gäller kunskapsområden men fokuserar på några kunskapsprofiler, där Lisen specificerar räkning speciellt.

De är jämna rakt över. De är jämna på alla olika områden. Så har mina varit, alla har varit duktiga på att räkna i huvudet och resten också. – Lisen

Hans menar att en del elever föredrar ett abstrakt tänkande medan andra elever har lättare att lösa problem med hjälp av ett bildtänkande.

Det normala är att det mesta hänger med. Sedan finns det elever som är starka i vissa områden. Man kan till exempel känna igen elever som har ett bildtänkande och har lätt om man konkretiserar saker med bilder och då kan ha lätt med geometrin men kan ha det besvärligt med räkning. – Hans

Mats menar på att en del elever kan räkna ut vad som helst men har svårare med det analytiska tänkandet medan andra klarar sig väldigt bra på helt nya uppgifter som den första typen inte skulle klara. Mats och Hans tar också upp att elever kan vara starka inom nästan alla områden men att de kan saknas vissa förmågor, men att de ändå anser att dessa elever är elever med särskilda matematiska förmågor i och med att de starka förmågorna väger upp.

Högpresterande elever

Hans, Mats och Henrik skiljer på högpresterande elever och elever med särskilda matematiska förmågor. Mats är inne på att högpresterande elever är de som klarar sig bra skolan och gör läxorna utan problem tills det blir dags för den analytiska delen av matematiken och det är där de faller.

De är metodmänniskor och de är flitiga. Sen finns det elever som är intresserade av innehållet och gärna pratar matematik, diskuterar matematik och det är de som har möjlighet att ta de sista kliven. – Hans

Henrik och Mats menar att det finns elever som har lärt sig hur man ska göra, de har lärt sig tolka läroböckerna.

Han klarar sig jättebra om någon säger vad man ska göra eller om det står en förklarande text på ett moment. Det står vad man ska göra och så gör man så. Då klarar han sig jättebra. – Mats

Upptäckta elever med särskilda matematiska förmågor

Henrik menar att man måste hinna arbeta inom lite olika delar i matematiken för att vara säker på att den eleven inte bara är bra på just det området. Alla lärare förutom Laila betonar att samtalet är viktigt för att upptäcka de eleverna som inte utmärker sig genom snabbhet, lätthet för metoder eller genom att förmedla att de vill ha svårare uppgifter.

Skulle han få en öppen uppgift, han skulle säkert ha rätt svar nere på pappret, men det skulle inte framgå hur han har tagit sig dit eller att han kan något. Så han skulle man missa. Men sätter man sig med honom ”hur har du gjort det här?” då har han väldigt långtgående tankar och kan dra slutsatser av det han kan sen tidigare, mycket mer än de andra eleverna i hans årskurs kan. – Henrik

En del vill ju inte vidare, de sitter där och petar med sitt. Medan andra direkt kommer och säger att det här är för lätt. Och då är samtalet viktigt för att upptäcka de eleverna som inte säger till. – Mats

Analys

Snabbhet och räkning, något som alla lärare nämner, är inget som Krutetskii (1976) tar upp som förmågor, men dock som tillgångar. Dock problematiserar tre lärare de starka räknarna och menar precis som Krutetskii (ibid.) tar upp att vissa elever är räknemaskiner eller metodmänniskor men att de inte behöver vara speciellt bra på de andra mer analytiska delarna av matematiken. Samma tre lärare vill även skilja på högpresterande elever och elever med särskilda matematiska förmågor. För att beskriva de högpresterande eleverna räknar de upp några av de förmågor som Krutetskii (ibid.) nämner som de fördelaktiga, men inte nödvändiga komponenterna för elever med särskilda matematiska förmågor bland annat snabbhet, beräkningsförmåga och arbetsminne men att de kanske saknar den analytiska biten.

De definitioner lärarna ger av kreativitet stämmer väl in på Sheffields (2009) definition av matematisk kreativitet och Krutetskii (1976) definition av elever med särskilda matematiska förmågor, bland annat förmågan till reversibilitet. Lärarna tar också upp att elever med särskilda matematiska förmågor

gärna använder sig av egna metoder som inte kan anses som traditionella, något som Sheffield (2009) också belyser.

Lärarna tar också upp att elever med särskilda matematiska förmågor ibland har svårt att förklara hur de tänker går att koppla till det Krutetskii (1976) tar upp under The Problem of Sudden Solution, där han menar att det inte är ovanligt att eleverna faktiskt inte riktigt vet hur de har kommit fram till en lösning i och med att de kan göra det så automatiserat eller hoppa över flera steg.

De kunskapsprofiler som lärarna nämner kan tolkas som de olika typerna av matematiskt sinnelag som Krutetskii (1976) definierar. De elever som beskrivs som jämna rakt över passar väl ihop med den typ av matematisk förmåga som Krutetskii (ibid.) kallar för den harmoniska typen medan de elever som beskrivs som att de antingen är abstrakta eller kan lösa problem med hjälp av bilder passar in i Krutetskiis (ibid.) beskrivning av den geometriska och den analytiska typen.

I och med att Krutetskii (1976) inte tar upp snabbhet som en central förmåga hos elever med särskilda matematiska förmågor så blir samtalet precis som lärarna säger av vikt för att upptäcka de elever som inte utmärker sig genom snabbhet. Att vissa elever heller inte visar eller vet hur de tänkt och därmed kan missas av läraren kan gå att förstås med hjälp av The Problem of Sudden Solution (Krutetskii, ibid.) där samtalet också blir extra viktigt för lärarens del.

Hur arbetar lärare för att stimulera dessa elever?

Resultat

Undervisning i helklass

Lisen nämner att när hon har elever med särskilda matematiska förmågor i klassen så måste hon hålla sina genomgångar på tre nivåer. Vanligtvis så håller hon sig till två nivåer. Henrik och Hans berättar att de för att bemöta de duktigare eleverna måste ha genomgångar där kanske inte alla i klassen hänger med, men att det omvända också gäller. Mats och Matilda arbetar på så sätt att klassen i början av varje lektion har gemensam matematik på en interaktiv skrivtavla där eleverna först får arbeta med en uppgift enskilt för att sedan redovisa för varandra. De beskriver att materialet är uppbyggt så att det alltid finns olika nivåer på uppgifterna och att en del är utmaningar. Mats säger att det brukar fungera så att de duktigare eleverna inte tar de enklare uppgifterna eftersom de i de flesta fall strävar efter att utmanas.

Arbeta inom samma område

Alla lärare menar att de vill att eleverna ska hålla sig inom samma område på matematiklektionerna, både för att främja diskussioner och genomgångar och för att alla ska kunna och vilja delta i diskussioner. Lisen, Mats och Matilda arbetar alla med ett läromedel som är anpassat så att eleverna ska börja arbeta där det passar dem efter att de först har gjort ett test som tar reda på deras förkunskaper. Alla arbetar med samma begrepp eller område men går in på sin nivå. Mats uttrycker sitt missnöje med läromedel som finns på skolan som han dock inte använder.

Det finns ett läromedel här på skolan, och det är väl helt ok. Men problemet är att diagnosen kommer efter tre veckor och då ska alla göra samma sak fram till dess. Och sen finns det bara två spår. Det räcker inte. Diagnosen borde komma först. ”Vad är dina förkunskaper i mönster och algebra?” Och sen jobbar vi ut efter det. Och det är lite tokigt det där, att ja ja, vi ska göra samma först och **sen** får du göra ditt. – Mats

Lisen menar att man inte får hejda eleverna i deras vetgirighet men att hon inte vill att de räknar vidare i egen takt.

Det gagnar inte eleverna att bara räkna vidare. Då ska man försöka få dem att gräva där de står. Genom problemlösning och kluringar och sånt. Vidga andra små kanaler i hjärnan. – Lisen

Gräv där du står är ett uttryck som också Hans använder sig av. Han menar liksom Henrik att man måste låta eleverna gå vidare om de redan kan eller snabbt bemästrar det aktuella innehållet men syftar då till att de ska göra det inom samma område som resten av klassen.

Läromedel

Att låta eleverna arbeta vidare i läromedlet i egen takt ställer sig alla lärare förutom Laila tveksamma till. Laila menar att man inte ska hindra dem utan låta dem gå så långt de kan och syftar främst på räkning. Matilda har tidigare låtit eleverna göra klart ett kapitel för att sedan låta de elever som är färdiga spela mattespel eller arbeta med kluringar men arbetar nu med ovan nämnda läromedel. Hon tycker att det fungerar bättre än hennes tidigare arbetssätt eftersom hon känner att alla elever blir mer delaktiga i de gemensamma diskussionerna. Mats, Henrik och Hans menar att många elever skulle kunna räkna klart vilken bok som helst, men frågan är om de vet vad de håller på med.

Jag brukar säga såhär, ta en hyfsat begåvad åtta eller nio och ge dem en gymnasiebok och ge dem grundläggande metodinstruktioner, alltså det är inget svårt att lära sig derivera eller lära sig räkna annuiteter eller göra grundläggande integraler. Det är bara metod, men vad håller du på med egentligen? Koppla ihop det med resten av matematiken, hitta ett sammanhang, en mening. Skulle man bara låta dem spåra skulle en del elever kunna bli klara med gymnasiet, men de skulle kanske inte ha blivit så himla mycket klokare. Det är ju inte min lärar... jag kommer ju in för att hjälpa dem att se ett sammanhang, en mening, ett ämnessammanhang. – Hans

Mats låter ibland sina elever i sexan arbeta i en högstadiesbok men då enbart med några uppgifter i taget samt att eleverna måste komma och berätta för honom vad de gjort efter ungefär var femte uppgift. Detsamma gäller Henrik som plockat in en gymnasiebok till sina nior där de får arbeta med vissa uppgifter. Men alla lärare är noga med att poängtera att man inte får hindra elevernas kunskapsutveckling bara för att man inte låter dem räkna vidare i boken, utan att de fortfarande måste få utvecklas och inte bromsas i sin vetgirighet. Lärarna förutom Laila menar istället att man bör utmana elever med särskilda matematiska förmågor med fördjupningar eller att de få arbeta med uppgifter av komplex eller undersökande form.

Och så kan du berätta, om du hittat något i Kängurun¹ att ”det här, det är en rysk uppgift från en mattetävling, hela världen är med och tävlar. Vill du prova hur du klarar det?” Vilken unge skulle inte gå igång på det? – Mats

Särskild undervisning

Henrik berättar att på en skola där han tidigare har arbetat hade de ett samarbete med en närliggande gymnasieskola. Detta arbetssätt tycker han fungerade mycket bra eftersom det lät de intresserade eleverna få extra stimulans i ämnet och att de fick möta innehåll som inte behandlades i den ordinarie undervisningen. Mats har tidigare haft åldersblandade spetsgrupper i matematik på mellanstadiet, något han tycker alltid borde finnas. Han menar på att det fungerar väldigt bra som extra stimulans för de eleverna. I spetsgruppen arbetade de med innehåll som inte störde den ordinarie matematikundervisningen, till exempel allmänna räkneregler.

En del är med bara för att de är duktiga på att räkna. Och då är ju en spetsgrupp bra för då sätter det ganska snart stopp. Det är inga problem att räkna ut enkla uppgifter, men sen när man ska börja tänka

¹ ”Kängurun – matematikens hopp” är en internationell rörelse som varje år genomför en matematiktävling vars avsikt är att stimulera intresset för matematik. Kängurun ska inte fungera som ett prov utan är menat att vara ”ett utbud av intressanta problem att jobba vidare med”. Tävlningen är alltså en del av en helhet där tanken är att problemen ska kunna utgöra underlag för undervisning (Vad är Kängurun - Matematikens hopp?, 2013).

lite mer abstrakt då spelar det ingen roll om du är jättebra på att räkna, för det handlar inte om det, det handlar om att vara kreativ och kunna använda ett abstrakt tänkande. Det räcker med att man börjar med något enkelt, som $1 + 2 + 3 - 4$, sedan vill de här eleverna vidare själva. Och så småningom hade vi kommit upp till kvadratrötter och potenser. – Mats

De andra lärarna ställer sig positiva till att låta elever med särskilda matematiska förmågor arbeta i mindre grupper med ett innehåll som utmanar och stimulerar dem och tycker att skolans resurser skulle kunna användas i detta ändamål.

Analys

Det övergripande arbetssätt som används av lärarna i studien går att tolka som individualisering i och med att den främsta anpassningen av undervisningen sker inom klassrummets ramar (Löwing & Kilborn, 2002). De undantag som nämns är de exempel där de elever som visar fallenhet för matematik placeras i speciella grupper (Wallby, Carlsson, & Nyström, 2001b). Detta sker dock utöver den ordinarie undervisningen och kan nog inte kallas för nivågruppering. Den beskrivning av spetsgrupp och det samarbete med gymnasiet som nämns borde kunna ses som en berikning i och med att det ger eleverna chansen att arbeta med ett matematiskt innehåll som de annars inte skulle möta i sin ordinarie undervisning (Pettersson, 2008).

Den individualisering som lärare ger uttryck för innefattar både accelerering, berikning samt individualisering av instruktion. De lärare som ger uttryck för accelerering är Laila som säger att eleverna skall få arbeta vidare i sin egen takt samt Mats, Hans och Henrik som i vissa fall låter eleverna arbeta i böcker avsedda för elever i högre stadier. I Mats, Hans och Henriks fall sker denna accelerering inom kontrollerade former då de noggrant väljer ut vilka uppgifter eleverna ska arbeta med och påpekar att en hyfsat begåvad elev skulle kunna räkna klart boken med lite enklare metodinstruktioner. På så sätt kan detta även också tolkas som berikning i den mån att eleverna får möta ett innehåll som ligger utanför den ordinarie undervisningen och som även fördjupar deras kunskap, precis som Pettersson (2008) nämner.

Lärarna ger också uttryck för ett berikande arbetssätt. Bland annat genom det arbete med läroböcker tillhörande högre skolår som nämndes ovan men också att lärarna säger att de vill hålla alla elever inom samma arbetsområde, men att de ger elever med särskilda matematiska förmågor fördjupande uppgifter eller uppgifter på en högre nivå. Uttryck som ”gräv där du står, problemlösning, kluringar” kan tolkas som ett uttryck för berikning i och med att lärarna vill att eleverna ska få möjlighet att fördjupa sig inom ett område och att inte alla elever skall behöva arbeta med exakt samma stoff utan att de ska arbeta anpassat efter sina förkunskaper något som överensstämmer med Rotigels och Fello (2004) definition. Lärarna ger också exempel på fördelar som att det berikar klassrumsdiskussionerna att hålla alla elever inom samma område, precis som Pettersson (2008) tar upp.

Det läromedel som Lisen, Mats och Matilda använder kan ses som individualisering av instruktion, i och med att eleverna arbetar med samma stora idé men med uppgifter som motsvarar deras egna förkunskaper (Rotigel & Fello, 2004). Lisens genomgångar på olika nivåer och upplägget på Mats och Matildas gemensamma matematik i början av varje lektion kan också klassificeras som individualisering av instruktion då det är skapat för att möta en mångfald av elever. På vilket sätt lärarna sedan använder detta material och hur väl stoffet i läromedlet är anpassat efter eleverna kan jag inte uttala mig om då jag inte granskat det men i den beskrivning lärarna ger så går det att likställa som individualisering av instruktion.

Vilka svårigheter och/eller möjligheter upplever lärare i arbetet med dessa elever?

Resultat

Mats och Laila säger att det inte finns några svårigheter med att arbeta med elever med särskilda matematiska förmågor. Skillnaden mellan de två är att Mats dock problematiserar elever med särskilda matematiska förmågor och nämner ändå några problem ur ett elevperspektiv varför hans åsikter också kommer att tas upp i resultatet.

Ämneskompetens

Enbart en av de intervjuade lärarna upplevde att ämneskompetensen kunde vara ett problem vid arbete med elever med särskilda matematiska förmågor. Det var Matilda som också hade kortast utbildning i matematik av de sex som intervjuades samt även hade kortast tid i yrket.

Jag är lite orolig inför sexan att jag inte ska räcka till helt och hållet - Matilda

De resterande lärarna upplevde inte att deras ämneskompetens var ett problem. Henrik medgav dock att han ibland kunde känna sig utmanad av elever men att det sällan händer och att han inte upplever det som ett problem utan snarare som en möjlighet för honom att utvecklas som lärare. Hans nämner att enbart en elev har utmanat honom ämnesmässigt under hans år som lärare och att han då såg det som en chans att få arbeta med den matematiken som han själv har läst på universitetet. Alla lärare förutom Matilda är överens om att ämneskunskapen inte är något problem utan ser snarare elever med särskilda matematiska förmågor som en möjlighet för dem att utvecklas som lärare samt att hålla igång deras egen ämneskunskap.

Ensamhet och tid

Lisen och Hans menar på att ett problem i arbetet med elever med särskilda matematiska förmågor är att de blir så ensamma. De trycker på att deras roll som lärare och kommunikationspartner blir otroligt viktigt gentemot de här eleverna då de kanske inte har möjlighet till utbyte från klasskamraterna. Detta leder in på ett annat problem som Matilda, Henrik och Hans nämner och det är att hinna med de eleverna på lektionerna. Enligt Henrik är den en prioriteringsfråga, han menar på att om Olle med ett F och Olle med ett A både vill ha hjälp samtidigt så går han till Olle med ett F. Hans är inne på att skolans uppdrag är så tydligt gentemot de elever som har svårt att uppnå målen och de har en skyldighet att avsätta tid gentemot de eleverna och att det därför är svårt att få den tid som finns kvar att räcka till. Hans skulle vilja kunna lägga mer tid på samtal och reflekterande samtal med elever med särskilda matematiska förmågor.

Jag tänker, att ägna tid, att verkligen få ställa frågor, be dem utveckla ett visst resonemang. De eleverna tror jag verkligen skulle kunna komma mycket längre om man hade tid att sitta ner och resonera med dem. Tid! Tid att ägna sig åt de eleverna. – Hans

Motivation

Mats, Matilda, Hans och Henrik uttrycker att det säkerligen finns fler elever i klassen med särskilda matematiska förmågor, men som gärna nöjer sig med att flyta med strömmen och som sällan redovisar eller räcker upp handen trots att de kan. Matilda säger att hon önskar att hon visste något sätt att motivera och ge ordentliga utmaningar till de elever som säger att de uppgifter de får räcker då hon tror att de har större potential. Mats säger att han inte är orolig för det, men säger att när elever bara får räkna i böcker och när de måste göra rutinuppgifter de redan kan så blir det ”många tappade sugar”. Hans nämner att det kan vara svårt att få de elever som alltid har ansetts duktiga på matematik genom grundskolan att känna att det är okej att misslyckas samt att motivera dem till att vilja utveckla andra

förmågor inom matematiken. Laila ser möjligheten att få eleverna att utveckla förmågor i andra ämnen i och med att de tycker om matematik. Hon ger ett exempel på en elev som inte ville lära sig läsa tills den dagen de började med textuppgifter i matematiken. Då insåg han behovet av att lära sig läsa.

Men nu är han överlycklig över att han inte behöver komma till en vuxen hela tiden när han ska lösa problem. – Laila

Att göra allt i huvudet

Många av lärarna var inne på att en del av eleverna med särskilda matematiska förmågor inte alltid vill förklara eller redovisa hur de gjort eller tänkt i och med att de alltid klarat allt i huvudet. En svårighet för lärarna är då att motivera eleverna till att förstå vikten av att redovisa sina lösningar.

En del av de eleverna har byggt upp ett inre motstånd om att det är onödigt att skriva upp saker och kan få problem med mer komplicerad algebra för de första ekvationslösningarna de fick de var ju så lätta. – Hans

Han var oerhört duktig i huvudräkning. Hade ingen lust att lära sig metoderna för skriftlig huvudräkning eller uppställning och så där, för han löste ju uppgifterna i huvudet och tyckte att det var helt onödigt. Och där fick jag kämpa en hel del för att han skulle lära sig metoderna som han behövde för framtiden. – Lisen

Utbyte elever emellan

Laila, Matilda, Henrik och Mats nämner elever med särskilda matematiska förmågor som en tillgång i klassrummet.

”Vad roligt att vi har ännu en mattebegåvning!” tänker jag. Jag ser ju inte det som ”suck” utan tvärtom. Får man till det kan de dessutom vara draglok åt de andra. De kan få redovisa något kul, det är mycket man kan göra. Jag ser bara möjligheter. – Mats

Matilda har undervisat i särskild undervisningsgrupp i matematik med elever som är svagpresterande och säger att hon hela tiden måste driva diskussionen framåt där, något som inte händer om man har starka elever i klassrummet. Henrik tycker att det i grupparbetena blir ett bättre utbyte om man blandar starka och svaga elever i och med att de starka då indirekt kan förklara för de andra. Men han betonar att han inte vill trycka på begreppet hjälplärare. Laila däremot säger att hennes duktiga elever gärna vill vara extrafröken och tycker att det är roligt och att hon tycker att det fungerar bra då de kan hjälpa till att lära dem som har det svårt. Hans däremot menar att elever med särskilda matematiska förmågor ibland kan lägga sordin på diskussionerna i klassrummet i och med att så fort de får komma till tals så blir det genast på en för hög nivå för de andra.

Men det är ändå lite så att när Olle väl får komma in så talar han om hur det är. Så det kan vara en bromskloss för de andra att ha någon i klassrummet som är så vass att de liksom känner att det inte är någon idé längre. Det har jag upplevt ett par gånger. Jag har elever nu som drar åt det hållet. De tänker tre steg förbi de andra. Därför är det svårt att släppa in dem. – Hans

Den direkta effekten blir då att det blir en diskussion mellan Hans och den eleven och diskussionen förs inte framåt för hela klassen även fast att den gör det ur en matematisk synpunkt.

Material och merjobb

Matilda nämner svårigheten i att ta fram bra material till de här eleverna utöver det material som hon jobbar med. Detta är något som Hans också är inne på. Skillnaden är att Matilda är mer osäker ur ett ämnesperspektiv medan Hans skulle vilja att det fanns fler och bättre läromedel anpassat för dessa elever och som erbjuder uppgifter som kräver kreativitet. Även Henrik är inne på materialet men syftar främst åt tidsåtgången och att det blir ett merjobb för honom att ta fram uppgifter och den tiden har han inte. Hans trycker på att det nu blir en orättvisa mot eleverna då det är upp till varje lärare att ta fram utmanande material. Mats däremot har inget emot det merjobb det kan medföra utan vill istället

trycka på det man faktiskt kan göra med eleverna och att det finns mycket material att välja på om man bara är påläst.

Analys

Lärarna tar upp många av de svårigheter som nämnts under rubriken Tidigare forskning och teoretiska ramverk. Till skillnad mot vad Barger (2001), Edfeldt och Wistedt (2009), Moon (2009) samt Pettersson (2008, 2011) tar upp så är det inte på grund av att lärarna tror att dessa elever klarar sig själva utan på grund av ramfaktorer som brist på planeringstid, många elever i klassrummet samt som Hans nämner, det tydliga uppdrag skolan har mot elever som har svårigheter att uppnå målen. Att lärarna ser sig själv som viktiga gentemot elever med särskilda matematiska förmågor i den mån att de måste fungera som diskussions- och samtalspartner för dessa elever då de ibland är ensamma i klassen på sin nivå problematiseras också av tidsbristen som lärarna nämner. Detta är något som Pettersson (2011) också är inne på när hon säger att det är resurserna som avgör hur undervisningen ser ut. Mats är ju inne på att spetsgrupper i matematik alltid borde finnas för att kunna ge de här eleverna den stimulans de behöver utöver klassrumsundervisningen, men att det på grund av ekonomiska skäl inte alltid är genomförbart vilket också går att likställa med Petterssons (ibid.) resonemang om resurser.

Wallby, Carlström och Nyström (2001) tar upp att en spridning av elevernas kunskaper kan ses som positivt då det kan bredda diskussioner och eleverna får lära av varandra. Lärarna i studien tar dock enbart upp exempel på hur elever med särskilda matematiska förmågor kan vara till hjälp för andra elever och inte den omvända relationen även om ingen förutom Laila vill använda sig av begreppet hjälpröken. Här talar lärarna alltså om möjligheter med att ha elever med särskilda matematiska förmågor i klassrummet, men inte om möjligheter för elever med särskilda matematiska förmågor. Detta kan alltså inte enligt lärarnas uttryck ses som något fördelaktigt för elever med särskilda matematiska förmågor.

Flera studier (Dimitriadis, 2012a; Dimitriadis, 2012b; Pettersson, 2011) visar på vikten av god ämneskompetens hos lärare som undervisar elever med särskilda matematiska förmågor samt att lärare ibland hindrar elever från att utvecklas inom matematiken då de själva känner sig hämmade ämnesmässigt. Den enda lärare som säger sig oroa sig för detta är Matilda. Matilda är också den med minst ämneskompetens vilket stöder resonemanget om vikten av god ämneskompetens hos lärare som undervisar elever med särskilda matematiska förmågor. De andra lärarna medger att de i viss mån kan känna sig utmanade av elever, men att detta inte ska hindra eleverna från att komma vidare i sin utveckling. Lärarna ser snarare elever med särskilda matematiska förmågor som en möjlighet att utvecklas, vilket väl kan ses som något positivt för framtida elever med särskilda matematiska förmågor.

The Problem of Sudden Solution (Krutetskii, 1976) har tagits upp ovan kring de elever som inte ser nödvändighet i att redovisa sina lösningar, vilket även kan återspeglas i det problem som lärarna definierar när de talar om de elever som tycker att det är onödigt eller inte kan redovisa hur de tänkt.

Vilka skillnader i uttryck i ovanstående frågor går att finna mellan lärare som arbetar i respektive skolår 1-3, 4-6 och 7-9?

Resultat

Jämförelsen kommer nedan att presenteras i relation till frågeställningarna.

Definition

I skolår 1-3 är det främst de starka räknarna som förs fram som exempel på elever med särskilda matematiska förmågor medan det i skolår 4-6 och 7-9 är fler förmågor som förs fram. Lärarna i 1-3 nämner även andra förmågor som att de kan vara jämna rakt över samt att de har kommit längre i abstraktionsnivån men det är ändå räkningen som betonas. Lärarna i skolår 4-9 talar mer om räkning som en av de förmågorna som dessa elever har medan lärarna som undervisar i skolår 1-3 för fram det som den främsta förmågan. Lärarna i 4-9 problematiserar också de starka räknarna i större utsträckning. Kreativiteten är något som det trycks på i år 4-9 något som inte lågstadielärarna nämner på samma sätt.

Arbetsätt:

Alla lärare vill hålla eleverna inom samma område så att det ska gå att ha gemensamma genomgångar och grupparbeten med dem. Här finns inga större skillnader förutom att Laila är den enda som nämner att eleverna måste få gå vidare i den takt de vill.

Svårigheter och möjligheter

De svårigheter som nämns i skolår 1-3 har att göra med att eleverna blir ensamma i klassen samt lärarens svårigheter att få eleverna att förklara hur de tänkt. Lärarna i de högre åldrarna pratar i vidare utsträckning om problem med de elever som tidigt fått lära sig att de är bra på matematik i och med att de är duktiga på att räkna. De pratar om vikten av att utmana de eleverna till att utveckla även de andra förmågorna, men att det kan vara svårt i och med att de är vana vid att lyckas. Lärarna i 4-9 diskuterar också problemet med elever som nöjer sig eller som inte vill visa att de är bra på matematik, något som ingen av lågstadielärarna tar upp. En annan svårighet som enbart lärarna som arbetar i skolår 7-9 nämner är att få tiden att räcka till på lektionerna för elever med särskilda matematiska förmågor och att de egentligen skulle vilja ha tid för mer fördjupande och reflekterande samtal med dessa elever

Analys

Vad gäller definition av elever med särskilda matematiska förmågor är lärarna i de yngre åldrarna mycket mer fokuserade på räkning som en förmåga än vad lärarna som undervisar i de högre årskurserna är. Enligt Skolverket (2003) så fokuseras undervisningen på lågstadiet mer på räkning än i de högre åldrarna vilket kan vara en anledning till dessa lärares definition. I de högre åldrarna tar lärarna i större utsträckning upp förmågor som mer går att likställa med Krutetskiis (1976) definition av matematiska förmågor så som logiskt tänkande, flexibilitet i lösningar, att kunna vända på tankegångar och att kunna känna igen strukturen i ett problem även om eleven inte sett den specifika problemtypen tidigare. Vad gäller svårigheter och möjligheter går det som lärarna tar upp att återspegla i Skolverkets (2003) undersökning som visar att högpresterande elever ungefär i årskurs 5 börjar tycka att matematiken är tråkig och att det bara blir repetition, samt att lärarna på högstadiet i genomsnitt ger två minuter till varje enskild elev vilket leder till att de inte hinner med elever med särskilda matematiska förmågor.

Diskussion

Diskussionen inleds med en problematisering av metod- och analysval samt av tillförlitligheten och äktheten i min studie. Sedan följer resultatdiskussion, slutsatsen och förslag på vidare forskning.

Metod- och analysdiskussion

Den metod som valdes för denna studie var semistrukturerad kvalitativ intervju (Bryman, 2011) i och med att fokus låg att ta reda på lärares åsikter om elever med särskilda matematiska förmågor och undervisning av dem. Metoden fungerade väl i syftet att göra detta då lärarna gav fylliga och väl genomtänkta svar. En synpunkt kan vara varför jag inte även använde mig av observationer. Mitt syfte var inte att ta reda på hur lärarna undervisade i praktiken utan vad de hade för åsikter om hur undervisning skall bedrivas varför observation inte var nödvändig. Det som dock går att diskutera är huruvida lärarna gav en sann bild av verkligheten i intervjuerna eller om de inte ville ta upp de problem de kunde tänkas ha. Detta går enbart att spekulera i och som forskare får jag lita på att lärarna gav en sann bild av sin verklighet. Jag hade även kunnat använda mig av ett stort antal enkäter för att få ett mer generaliserbart resultat, men det hade också gett en mer ytlig bild och i detta fall var jag intresserad av att reda på hur några få lärare upplevde detta område. En metod som dock skulle kunna ha använts var enkäter på en större grupp lärare i kombination med de få intervjuerna för att se om svaren överensstämde och jag skulle i så fall ha fått ännu en dimension till mitt resultat. De lärare jag valde ut för intervju påverkar också självklart mitt resultat. Jag hade ett motiv med att välja lärare som hade arbetat länge i skolan då jag hoppades att de skulle ha mer erfarenhet och alltså mer att diskutera ämnet. Detta stämde, då de lärare som hade arbetat längst också hade flest reflektioner i ämnet.

Bryman (2011) tar upp kritik mot att använda sig av kodning som analysmetod. En kritik är att man genom att koda sin data förlorar kontexten i det som sägs i och med att man plockar citat ur sitt sammanhang. Jag valde att redovisa stora delar av mitt råmaterial i förhoppning om att det ska ge en tydligare bild av den verklighet lärarna talar om. Självklart finns risken vid analys att man tolkar in annat i det som lärarna säger. Jag har till exempel valt att tolka in kreativitet när lärarna nämner att elever är påhittiga och kan komma med egna lösningsmetoder. Detta upplever jag dock är nödvändigt för att få ett sammanhang och en mening i det resultat som skall redovisas samt för att kunna se skillnader och likheter i lärarnas svar.

Tillförlitlighet och äkthet

Bryman (2011) menar att man i kvalitativ forskning inte bör använda sig av reliabilitet och validitet då dessa begrepp främst är anpassade till kvantitativ forskning. Istället bör man använda sig av begreppen tillförlitlighet och äkthet.

Tillförlitlighet

Tillförlitlighet delas in i trovärdighet, överförbarhet, pålitlighet och möjlighet att styrka och konfirmera (Bryman, 2011). Trovärdigheten höjs om forskaren har utfört sin datainsamling i enlighet med de regler som finns samt att man har rapporterat resultaten till de personer som har varit informanter för att konfirmera att det stämmer med vad de ville förmedla. I min studie har jag

noggrant följt Vetenskapsrådets etiska regler (Vetenskapsrådet, 2002), samt i slutet av varje intervju sammanfattat det jag har uppfattat till den informant som intervjuades vilket tyder på en hög tillförlitlighet. Jag har dock inte låtit informanterna ta del av data innan det bearbetades vilket då i gengäld sänker tillförlitligheten. Överförbarhet innefattar huruvida resultatet i en studie går att applicera på en annan miljö eller på andra individer (Bryman, 2011). I och med att kvalitativa intervjuer är knutna till en kontext och handlar om djup och inte bredd ligger fokus på de specifika individer som deltagit i studien. För att göra en studie mer överförbar är det av vikt att forskaren ger fylliga och täta beskrivningar av det som undersökts. För att höja överförbarheten har jag så noggrant som möjligt försökt att återge respondenternas svar samt även presentera citat för att tydliggöra vad de har sagt. Överförbarheten kan också anses som låg i och med att det resultat som redovisas i denna studie enbart kan sägas gällas för just de personer som deltagit och inga andra även om de till viss del styrks av tidigare forskning. Pålitligheten i en studie stärks om kollegor, i mitt fall studiekamrater och handledare, är delaktiga i forskningsprocessen, det vill säga problemformulering, val av informanter, datamaterial, analysbeslut och så vidare (Bryman, 2011). I mitt fall har den handledningsgrupp som jag deltagit i löpande läst mina texter och varit till hjälp i problemformuleringen. De har även fått ta del av vissa delar av mitt råmaterial och varit delaktiga i analysprocessen genom läsning av min studie. Detta höjer pålitligheten. Möjlighet att styrka och konfirmera innebär att forskaren inte lägger in någon personlig värdering i det datamaterial som analyseras med medvetenhet om att fullständig objektivitet i kvalitativ forskning inte går att få. Jag har i mina analyser inte lagt några personliga värderingar i vad lärarna sagt utan enbart analyserat det som de faktiskt har sagt vilket ökar denna del av tillförlitligheten. Dock är det möjligt att säga att någon annan möjligtvis hade tolkat lärarnas svar annorlunda. Sammantaget är tillförlitligheten relativt hög i denna studie då jag har beaktat dessa fyra komponenter samt i största möjliga mån försökt att uppfylla dem.

Äkthet

En hög äkthet innebär enligt Bryman (2011) att undersökningen ger en rättvis bild av de människor som deltagit i studien och att de personer som deltagit i studien får hjälp att få en bättre förståelse av sin sociala situation. Det innebär också att deltagarna får en bättre bild av hur andra personer i en likvärdig miljö upplever ett fenomen, att deltagarna ges möjlighet att förbättra sin situation samt att de i sådant fall fått bättre möjligheter att vidta de åtgärder som krävs. Denna studie har en relativt låg äkthet i och med att den inte fokuserar på de förbättringar som lärarna kan genomföra. Lärarna har inte heller någon egentlig möjlighet att genomföra de förbättringar som skulle krävas i och med att de är väldigt styrda av ramfaktorer så som läroplan och ekonomi. Dock kan de om de läser denna studie få idéer om hur andra arbetar samt ta till sig det vilket höjer äktheten till viss del. Vidare kan de även vid läsning av den färdiga studien få en tydligare uppfattning om sin sociala situation i förhållande till de andra lärare som deltog. I och med att lärarna gavs möjlighet att ge djupa och fylliga svar under intervjuerna så ges en relativt rättvis bild av det de sagt. Dock fanns det ingen möjlighet för mig att delge allt det resultat som framkom på grund av utrymmesskäl vilket kan tänkas sänka den rättvisa bilden något.

Resultatdiskussion

Att använda sig av Krutetskiis (1976) ramverk för analys och jämförelse av lärares definition av elever med särskilda matematiska förmågor har varit intressant ur flera aspekter. Bland annat i och med att så många av dem använder sig av definitioner som går att återspeglas i den typ av matematik som premieras i skolvärlden, som snabbhet och säkerhet i räkning, något som Pettersson (2011) tar upp.

Dock nämner lärarna även aspekter som går att likställa med Krutetskiis (1976) definition, men de gör det med olika uttryck och begrepp. Det väcker frågan om det finns ett behov för lärare att tala samma språk när det kommer till dessa elever. Kan Krutetskiis ramverk vara det som behövs för att lärare ska veta vad det är de faktiskt kan titta efter utöver det traditionella i skolan? Att de lärarna som hade definitioner som mest går att likställa med Krutetskiis arbetar från årskurs fyra och uppåt är också intressant. Jag har inte observerat lärarnas undervisning i denna studie, men av det lärarna uttryckte på lågstadiet så ligger mycket fokus på räkning. Det går att fråga sig om definitionerna kan speglas i den matematik som undervisas i de olika stadierna (Skolverket, 2003) eller om det handlar om de individuella lärarnas värderingar? Om räkning är fokus i lågstadiet så är det kanske inte så konstigt att lärarna där använder det i sin definition medan de lärare som börjar undervisa i mer abstrakt matematik uttrycker sig i sådana termer när de vill definiera elever med särskilda matematiska förmågor. Denna bild stämmer med hur lärare som undervisar i dessa åldersgrupper beskriver elever med särskilda matematiska förmågor, då de ofta refererar till dem som snabba räknare (Pettersson, 2011).

Svårigheterna och ovilligheten i att förklara hur man har tänkt belyses av lärarna både som en definition och som ett problem. Det är intressant att fråga sig varför de tar upp detta som ett problem. I Krutetskiis (1976) beskrivning av *The Problem of Sudden Solution* visar det sig att detta inte är ovanligt att elever med särskilda matematiska förmågor inte kan förklara vad de har gjort. I skolans värld kan det då framstå som att de faktiskt inte kan, i och med att mycket även bygger på att kunna redovisa sina lösningar varför lärarna kan tycka att det är viktigt. Mer tid med varje enskild elev blir viktig ur den här aspekten, speciellt eftersom både lärarna i min studie och ett flertal andra studier visar på att elever med särskilda matematiska förmågor får för mycket tid på egen hand. Om lärare till största delen måste analysera elevers förmågor utifrån det skrivna och inte hinner med att sitta ner och samtala med eleverna om hur lösningen kommit till kan många elever missas. Att elever med särskilda matematiska förmågor inte utmanas och därför inte lär sig en ordentlig studieteknik tas upp av Engström (2006) något som till viss del bekräftas av lärarnas utsagor. De talar om att det är bra att kunna metoder inför framtiden, men att eleverna kan vara ovilliga till detta. Varför eleverna är ovilliga kan jag inte uttala mig om, men en aspekt som framkommer i lärarnas resonemang blir vikten av att elever får arbete med uppgifter på sin nivå. Man kan fråga sig varför en elev ska redovisa något som för dem kanske ter sig helt självklart.

Handlingsplaner för elever med särskilda matematiska förmågor menar Pettersson (2008) är något som saknas i den svenska skolan, vilket leder till att lärare inte vet hur de ska hantera dem och Barger (2001) och Moon (2009) tar upp myten om att elever med särskilda matematiska förmågor klarar sig själva och alltså inte behöver så mycket lärarledd undervisning. Dessa båda resonemang ger inte lärarna som deltog i min studie uttryck för. De uttrycker snarare på motsatta, att elever med särskilda matematiska förmågor har ett stort behov av läraren i och med att de inte har samma utbyte av kamrater. Alla lärare som deltog i studien var även väl medvetna om behovet av stimulerande uppgifter och handledning för elever med särskilda matematiska förmågor och försöker efter sina möjligheter att utmana och stimulera eleverna. Däremot så försvåras det arbetet precis som Pettersson (2008, 2011), Barger (2001) samt Edfeldt och Wistedt (2009) tar upp på grund av ramfaktorer som brist på planeringstid, många elever i klassrummet, det tydliga uppdrag skolan har mot elever som har svårigheter att uppnå målen. Lärarna ger uttryck för hur de skulle vilja arbeta om det fanns möjlighet, mer riktat material och mer tid. Denna tidsbrist blir även ett problem när det kommer till att upptäcka elever med särskilda matematiska förmågor. I och med att flera lärare nämner samtalen som viktigt för att upptäcka elever med särskilda matematiska förmågor som inte utmärker sig genom exempelvis

snabbhet så blir tidsbristen i klassrummet även ett problem i längden, då det finns en risk för att lärarna inte får möjlighet att upptäcka dessa elever. Dessutom framkom det i min studie att ju mer kunskap och erfarenhet lärare har av elever med särskilda matematiska förmågor desto lättare har de att bemöta dem, även om ämneskunskapen inte alltid räcker till, i och med att det var de två lärarna med minst yrkeserfarenhet som hade mest problem med dessa elever. Det som alltså skulle behövas är mer resurser, både tid för att arbeta med dessa elever, men också kunskap om hur eleverna går att definiera och vilka arbetssätt som kan ses som fördelaktiga. Behöver lärarutbildningarna fokusera mer på hur man undervisar elever med särskilda matematiska förmågor?

Accelerering tas av Pettersson (2011) upp som den vanligaste arbetsformen för elever med särskilda matematiska förmågor. Detta var inte något jag kunde urskilja i min studie. Berikning var istället den arbetsform som var dominerande i alla klassrum förutom ett. Det får mig att tänka på Skolverkets (2003) undersökning som visar att högpresterande elever ungefär från årskurs 5 börjar tycka att de får repetera innehåll de redan arbetat med. Om en elev som stimulerats med hjälp av accelerering, som var fallet för en lärare i min studie, hamnar i ett klassrum där det är viktigt för läraren att hålla alla elever inom samma område blir repetition i princip oundvikligt för den eleven. För att undvika detta men ändå ge elever möjlighet till stimulans i ämnet vore alltså berikning vara att föredra. Detta är något som lärarna i min studie ger uttryck för bland annat för att de inte ser någon mening med att låta eleverna arbeta vidare i böckerna ur kunskapssynpunkt.

De skillnader som utmärker sig mellan de olika stadierna i grundskolan är också värda att diskutera. Att lärarna i högstadiet till större del uttrycker problem som tidsbrist och svårigheter med att motivera vissa elever med särskilda matematiska förmågor i matematik är även problematiserande i och med att Skolverkets (2003) undersökning visar att den kunskapsmässiga skillnaden mellan elever är större i högstadiet än i lågstadiet. Skolverkets resultat tillsammans med lärarnas uttryck pekar på att det i de senare åren av grundskolan finns ett än större behov av att anpassa undervisningen för elever med särskilda matematiska förmågor, men att detta blir svårt om läraren inte anser sig hinna med detta.

Att lärare ska individanpassa sin undervisning är en självklarhet och något som står inskrivet i skolans styrdokument. Hur detta genomförs är upp till varje lärares engagemang och kunskap. Genom denna studie har jag fått en tydligare bild av de dagliga utmaningar matematiklärare ställs inför när det gäller att anpassa sin undervisning efter elever med särskilda matematiska förmågor, men också många tips och idéer på hur undervisningen kan genomföras på ett sätt som gynnar fler än bara de i mitten.

Slutsats

Det som avslutningsvis går att säga om resultaten i denna studie är att det framkom att lärarna till stor del är medvetna om det behov av stimulans som elever med särskilda matematiska förmågor har. Hur de väljer att genomföra undervisningen skiljer sig till viss del även om mycket av det de förmedlar är lika. Många av lärarna säger sig ha svårt att hinna med elever med särskilda matematiska förmågor i och med att de har ett stort ansvar gentemot de elever som har svårt att uppnå målen. Detta är något de inte upplever som positivt och alla ser det som önskvärt att dessa elever på ett mer organiserat sätt får möjlighet till stimulerande undervisning till exempel genom spetsgrupper eller särskilt stöd. Vidare framkom det också att eleverna är beroende av den individuella lärarens vilja till engagemang i att ta fram ett utmanande material till dem, och även här nämnde några lärare att det vore önskvärt med ett tydligt material utformat för dessa elever. En indikation som går att dra från denna studie är även att lärarna definierar elever med särskilda matematiska förmågor utifrån det sätt de arbetar på, vilket

tidigare framkommit i studier. En fråga som det går att ställa är om det behövs undervisning i att definiera dessa elever på samma sätt som det görs i att definiera elever som har svårt att uppnå målen?

Vidare forskning

I denna studie fann jag likheter i lärarnas utsagor men också skillnader. En intressant undersökning vore att jämföra likheten i lärarnas uttryck kring svagpresterande elever och högpresterande elever och se vari den största koherensen finns. I och med att forskning länge har fokuserat på de elever som inte uppnår målen kan man anta att lärare borde ha en mer samstämmig syn på dessa elever. I studien fann jag också att lärarna definierade elever med särskilda matematiska förmågor på olika sätt. En indikation som hittades var att detta eventuellt kan avspeglas i det arbetssätt de förespråkar. Därför vore det intressant att jämföra lärares definition av elever med särskilda matematiska förmågor med deras autentiska arbetssätt istället för det sätt de uttrycker att de arbetar på.

Litteraturförteckning

- Barger, R. H. (2001). Begåvade elever behöver också hjälp. *Nämnamnaren*, 3, s. 18-23.
- Barger, R. H. (2009). Gifted, talented, and high achieving. *Teaching Children Mathematics*, 16(3), 154-161.
- Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder* (2., [rev.] uppl.). Malmö: Liber.
- Dalen, M. (2007). *Intervju som metod*. Malmö: Gleerup.
- Dimitriadis, C. (2012a). How are schools in England addressing the needs of mathematically gifted children in primary classrooms? A review of practice. *Gifted Child Quarterly*, 56(2), 56-76.
- Dimitriadis, C. (2012b). Provision for mathematically gifted children in primary schools: an investigation of four different methods of organisational provision. *64(2)*, 241-260.
- Edfeldt, Å. W., & Wistedt, I. (2009). High ability education in Sweden: The Swedish model. In T. Balchin, B. Hymer, & D. & Matthews (Eds.), *The Routledge International Companion to Gifted Education*. (pp. 76-83). London: Routledge.
- Engström, A. (2006, 16 mars). Begåvade elever misslyckas i skolan. *Lärarnas Nyheter*. Hämtat från <http://www.lararnasnyheter.se/lararnas-tidning/2006/03/16/begavade-elever-misslyckas-skolan>
- Engström, A. (2009). Att se och möta begåvade barn i den svenska förskolan och skolan. I F. J. Mönks, & I. H. Ypenburg, *Att se och möta begåvade barn* (s. 121-130). Stockholm: Natur & Kultur.
- Freeman, J. (2000). Families: The essential context for gifts and talents. In K. A. Heller, F. J. Mönks, R. J. Stjernberg, & R. Subotnik (Eds.), *International handbook of giftedness and talent* (pp. 573-585). Oxford, UK: Pergamon Press.
- Johansson, B., & Svedner, P. O. (2010). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. Uppsala: Kunskapsföretaget.
- Krutetskii, V. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: Ill.: Univ. of Chicago Press.
- Löwing, M., & Kilborn, K. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle* (1:11 uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Mann, E. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the gifted*, 30(2), 236-260.
- Moon, S. M. (2009). Myth 15: High-ability students don't face problems and challenges. *Gifted Child Quarterly*, 53(4), 274-276.
- Persson, R. (2009). Experiences of intellectually gifted students in an egalitarian and inclusive educational system: a survey study. *Journal for the Education of the gifted*, 33(4), 546-569.
- Pettersson, E. (2008). *Hur matematiska förmågor uttrycks och tas om hand i en pedagogisk praktik*. Licentiatavhandling, Växjö universitet, Matematiska och systemtekniska institutionen. Från <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:206499/FULLTEXT01>.
- Pettersson, E. (2011). *Studiesituationen för elever med särskilda matematiska förmågor*. Doktorsavhandling, Linnéuniversitetet, Institutionen för datavetenskap, fysik och matematik. Från <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:414912/FULLTEXT01>.
- Rotigel, J. V., & Fello, S. (2004). Mathematically gifted students: How can we meet their needs? *Gifted Child Today Magazine*, 27(4), 46-51.
- Sheffield, L. J. (2009). Developing mathematical creativity: questions may be the answer. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 87-100). Rotterdam: Sense Publishers.
- Skolverket. (2003). *Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002. Lusten att lära med fokus på matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2010). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Sollervall, H., & Wistedt, I. (2004). Att stödja elever med särskilda matematiska förmågor. I L. Fritzen, C. Fritzell, L. Lindberg, & I. Wistedt (Red.), *På väg mot integrativ didaktik* (ss. 127-136). Växjö: Växjö University Press.

- Sriraman, B. (2008). Are mathematical giftedness and mathematical creativity synonyms? In B. Sriraman, *Creativity, Giftedness, and Talent Development in Mathematics* (pp. 85-112). Missoula, USA: Information Age Publishing & The Montana Council of Teachers of Mathematics.
- Szabo, A. (2013). *Matematiska förmågors interaktion vid lösning av matematiska problem*. Licentiatavhandling, Stockholms Universitet, Institutionen för matematikämnet och naturvetenskapsämnenas didaktik.
- Tomlinson, C. A., & Cunningham, C. (2003). *Differentiation in Practice: A Resource Guide for Differentiating Curriculum, Grades 5-9*. Alexandria, VA, USA: Association for Supervision & Curriculum Development.
- Trost, J. (2010). *Kvalitativa intervjuer* (4 uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Vad är Kängurun - Matematikens hopp? (den 19 Februari 2013). Hämtat från NCM och Nämnares webbplats: <http://ncm.gu.se/node/1525> den 8 Maj 2013
- Wallby, K., Carlsson, S., & Nyström, P. (2001a). Elevers olikheter: organisationsproblem eller undervisningsutmaning? I *Hög tid för matematik* (s. 97-106). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.
- Wallby, K., Carlsson, S., & Nyström, P. (2001b). *Elevgrupperingar: en kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning*. Stockholm: Skolverket.
- Vetenskapsrådet. (2002). *Vetenskapsrådets forskningsetiska principer*. Hämtat från <http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf>. den 27 10 2012
- Wistedt, I. (2005). En förändrad syn på matematikbegåvningar? *Nämnares*, 3, 53-55.

Bilagor

Bilaga 1 – Information till studiens informanter

Hej XXXX!

Jag heter Janna Malmgren och studerar på lärarprogrammet med inriktning matematik och lärande mot skolår F-6.

Jag ska i vår, skriva mitt självständiga arbete på avancerad nivå i matematikämnets didaktik. Det ämne jag hade tänkt behandla är elever med särskilda matematiska förmågor. Det perspektiv jag har tänkt skriva ur är ett lärarperspektiv, där jag bland annat har tänkt undersöka vilka möjligheter och/eller svårigheter flera verksamma lärare anser sig ha i arbetet med att stimulera elever med särskilda matematiska förmågor under matematikundervisningen. Jag tänkte även göra en jämförelse mellan låg-, mellan- och högstadiet.

Jag undrar nu om du skulle kunna tänka dig att ställa upp som informant i min studie? Självklart sker detta anonymt.

Om du skulle kunna tänka dig det så blir jag självklart jätteglad. Det skulle i så fall röra sig om en intervju på kanske en timme max som skulle vara förlagd någon gång efter påsklovet. Jag kan återkomma med mer information och tidsplan om det är så att du skulle vara intresserad.

Med vänliga hälsningar
Janna Malmgren

Bilaga 2 – Intervjufrågor

Bakgrundsfrågor

- Kan du berätta om din utbildning och hur länge du har arbetat som lärare och i vilken form?
- Kan du berätta om din matematikundervisning? Hur ser en vanlig lektion ut hos dig`

Individualisering?

- Hur organiserar du din undervisning med olika elevers behov i åtanke?
- Hur organiserar du din undervisning med elever med särskilda matematiska förmågors behov i åtanke?

Elever med särskilda matematiska förmågor

- Hur skulle du beskriva en elev med särskilda matematiska förmågor?
- Kan du ge några exempel?
- Hur yttrar det sig i till exempel problemlösning?

Svårigheter och möjligheter?

- Vilka svårigheter eller problem ser du med att arbeta med dessa elever?
- Ser du några möjligheter?
- Känner du dig säker i din egen ämneskompetens?
- Hur tror du eleverna känner?

Stockholms universitet/Stockholm University
SE-106 91 Stockholm
Telefon/Phone: 08 – 16 20 00
www.su.se



**Stockholms
universitet**